

Klucz odpowiedzi Test 2014

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	A	C	B	D	B	C	E	C	C	B	D	B	E	C	C	C	D	A

Zadanie 21 (3 punkty)

1 punkt	za ułożenie układu równań: v - prędkość samolotu, a - prędkość wiatru $8 \text{ km} / (v + a) = \frac{1}{6} \text{ [h]}$ $8 \text{ km} / (v - a) = 1 \text{ [h]}$
1 punkt	za wyliczenie prędkości samolotu: $48 = v + a$ $8 = v - a$ $56 = 2v$ $v = 28 \text{ [km/h]}$
1 punkt	za podanie czasu przelotu 16 km, przez ten sam samolot (można wyrazić to w godzinach bądź minutach): $16 \text{ km} / 28 \text{ km/h} = \frac{4}{7} \text{ h} \sim 0,57\dots\text{h} \sim 240 / 7 \text{ min} \sim 34,28\dots \text{ min}$ ("~" to w przybliżeniu)

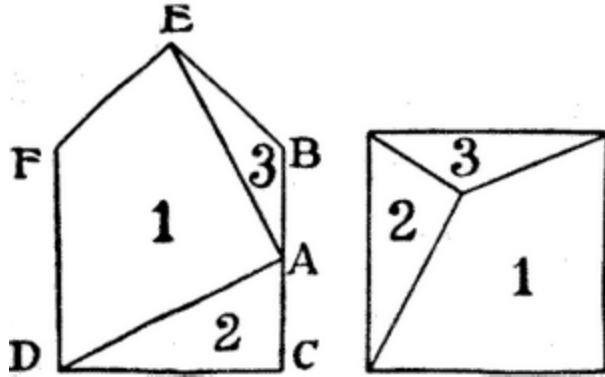
Zadanie 22 (2 punkty)

1 punkt	za wyliczenie jaka część zbiornika zostanie napełniona przez każdy kran w ciągu godziny: Pierwszy kran napełni $\frac{1}{48}$ zbiornika. Drugi kran napełni $\frac{1}{72}$ zbiornika. Trzeci kran napełni $\frac{1}{96}$ zbiornika Czwarty kran napełni $\frac{1}{6}$ zbiornika. Dodajemy wszystkie ułamki: $\frac{1}{48} + \frac{1}{72} + \frac{1}{96} + \frac{1}{6} = \frac{6}{288} + \frac{4}{288} + \frac{3}{288} + \frac{48}{288} = \frac{61}{288}$ Więc w ciągu godziny zbiornik będzie w $\frac{61}{288}$ pełny.
1 punkt	za wyliczenie czasu, w którym zbiornik będzie wypełniony: $\frac{288}{61}$ godziny = 4 godziny 43 minut

Zadanie 23 (2 punkty)

1 punkt	za wyliczenie masy czystego NaOH: $15g+30g=45g$
1 punkt	za wyliczenie stężenia procentowego: $C_p=(45g \cdot 100\%)/130g=34,6\%$

Zadanie 24 (3 punkty)

2 punkt	za narysowanie prawidłowego rozwiązania (po lewej) 
1 punkt	za narysowanie kwadratu i oznaczenie części

Zadanie 25 (4 punkty)

1 punkt	za wyliczenie energii w paliwie: $1,5 \text{ mpu} \times 9 \text{ GJ/mpu} = 13,5 \text{ GJ}$
1 punkt	za wyliczenie energii podgrzewającej wodę: $0,4 \times 13,5 = 5,4 \text{ GJ}$
1 punkt	wyliczenie energii potrzebnej do przygotowania jednej wanny ciepłej wody: $(45-10) \times 4 \times 150 = 21\,000 \text{ kJ} = 0,021 \text{ GJ}$
1 punkt	wyliczenie ilości przygotowanych wanien: $5,4 / 0,021 = \text{około } 257$

Zadanie 26 (4 punkty)

2 punkty za udowodnienie zależności (podpunkt A), w tym:

1 punkt	za znalezienie zależności między promieniem podstawy stożka, a pozostałymi (danymi w zadaniu) zmiennymi oraz zapisanie za pomocą tych samych zmiennych wysokości stożka: R = pierwiastek kwadratowy z $[(r^2) - (x^2)]$, gdzie "R" to promień stożka $h = r + x$
1 punkt	za zapisanie wzoru na pojemność stożka, podstawienie do wzoru wcześniej wyliczonego promienia oraz wysokości stożka ($h = r + x$) i dojście do zapisu objętości, w formie jakiej została podana w zadaniu: $V = \frac{1}{3} * \pi * (R^2) * h = \frac{1}{3} * \pi * [(r^2) - (x^2)] * [r + x] = \frac{1}{3} * \pi * (r - x)(r + x) * (r + x) = (\pi/3)(r-x)(r+x)^2$

2 punkty za znalezienie wysokości stożka, dla której objętość będzie maksymalna (podpunkt B), w tym:

1 punkt	za wpadnięcie na pomysł, że rozwiązaniem jest ekstremum lokalne podanej funkcji (gdzie w rzeczywistości, tylko x jest zmienną) oraz policzenie pochodnej funkcji (po x): $f'(x) = 0 \Rightarrow ((\pi/3)(r-x)(r+x)^2)' = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} \pi * [r^3 + (r^2) * x - (x^2) - x^3] = 0 \Rightarrow -3 * (x^2) - 2rx + r^2 = 0$
1 punkt	za rozwiązanie powyższego równania kwadratowego, wybór jedyne go sensownego rozwiązania oraz odpowiednią interpretację (zapis) odpowiedzi: $\Delta = 4 * (r^2) + 12 * (r^2) = 16 * (r^2)$ $x = -r \vee (\text{lub}) \underline{x = \frac{1}{3}r}$ Tylko podkreślona wartość "x" ma sens fizyczny, czyli: $h = r + x = \frac{4}{3}r$

Zadanie 27 (4 punkty)

2 punkty za zapisanie równania opisującego objętość balonu po czasie t , w tym:

1 punkt	za zapisanie równania różniczkowego opisującego podane w zadaniu warunki: $dv/dt = kv$, gdzie "k" to współczynnik proporcjonalności
1 punkt	za rozwiązanie powyższego równania (łącznie z podstawieniem warunku początkowego): $dv/v = k \cdot dt$ $\ln v = k \cdot t + d$, d należy do \mathbb{R} $v = c \cdot [e^{(k \cdot t)}]$, c należy do \mathbb{R} dla $t = 0$, $v = v_0$, czyli: $v = v_0 \cdot [e^{(k \cdot t)}]$

2 punkty	za zapisanie czasu, po którym objętość balonu będzie wynosiła $v_0/2$: $v_0/2 = v_0 \cdot [e^{(k \cdot t)}]$ $1/2 = e^{(k \cdot t)}$ $\ln(1/2) = k \cdot t$ $-\ln 2 = k \cdot t$ $t = -(1/k) \cdot \ln 2$
----------	---

Zadanie 28 (2 punkty)

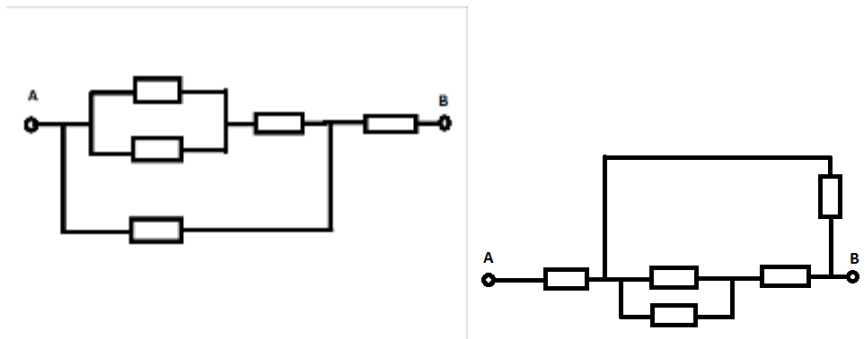
2 punkty za przedstawienie w postaci ułamka niepiętrowego. Dla poniższego przykładowego rozwiązania:

1 punkt	za zapisanie równości: $x = 1 + 1/x$, x nie równa się 0 (widać, że ułamek ten jest większy od "1" a więc na pewno też większy od "0")
1 punkt	za rozwiązanie powyższej równości: $x^2 - x - 1 = 0$ $\Delta = 1 + 4 = 5$ $x = (1 + \sqrt{5}) / 2$ (drugie rozwiązanie należy odrzucić ponieważ jest mniejsze od "0", a ułamek jest ewidentnie większy od "1")

Zadanie 29 (3 punkty)

1 punkt	za wypisanie równania równowagi: $\sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \rightarrow R_A \cos \alpha - R_B \cos \beta + Q \sin \gamma = 0,$ $\sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \rightarrow R_A \sin \alpha + R_B \sin \beta - Q \cos \gamma = 0.$
1 punkt	$R_A = Qr \frac{a\sqrt{h^2 + a^2} - h\sqrt{4r^2 - (h^2 + a^2)}}{(h^2 + a^2)\sqrt{4r^2 - (h^2 + a^2)}},$ za policzenie Ra:
1 punkt	za policzenie Rb: $R_B = Qr \frac{a\sqrt{h^2 + a^2} + h\sqrt{4r^2 - (h^2 + a^2)}}{(h^2 + a^2)\sqrt{4r^2 - (h^2 + a^2)}}.$

Zadanie 30 (3 punkty)

2 punkty	za narysowanie schematu obwodu elektrycznego:  <p>Uwaga! Możliwe są także inne rozwiązania symetryczne i analogiczne do rysunków powyżej. Zaciski A i B można także zewrzeć (połączyć).</p>
1 punkt	za odpowiedź, że minimalnie potrzeba 5 oporników